

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	31.05.01 Лечебное дело
3.	Дисциплина (модуль)	Б1.Б.11 Математика
4.	Форма обучения	Очная
5.	Год набора	2020

2. Перечень компетенций

ОК-1: способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОПК-7: готовностью к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов при решении профессиональных задач

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
Элементы дискретной математики	ОК-1; ОПК-7	– фундаментальные основы математики; – основы математических знаний, необходимые для решения профессиональных задач; – методы математического моделирования, необходимые для решения профессиональных задач	– правильно оперировать математическим инструментарием и математической символикой; – определять условия применения того или иного теоретического аспекта при решении практических задач;	– навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач;	Выполнение домашних заданий Контрольная работа
Основы теории вероятности и математической статистики	ОК-1; ОПК-7		– использовать математический аппарат для обработки информации и анализа данных;	– основами математического моделирования в соответствующей области знаний;	
Пропорции и проценты при решении медицинских задач	ОК-1; ОПК-7		– применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	– методами построения математических моделей типовых профессиональных задач;	

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:

«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

4.1. Контрольная работа

Баллы	Критерии оценивания
9	контрольная работа выполнена полностью, в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием непонимания материала)
6	контрольная работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны, допущена одна негрубая ошибка или два-три недочета в выкладках или графиках, если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки
4	студент допустил более одной грубой ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках и графиках, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
0	студент показал полное отсутствие обязательных знаний и умений по проверяемой теме

Примечание:

К грубым ошибкам относятся незнание студентом формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приемов решения задач, а также вычислительные ошибки, если они не являются опiskой.

К негрубым ошибкам относятся вычислительные ошибки, если они являются опiskой, потеря решения уравнения или сохранение в ответе постороннего корня.

К недочетам относятся нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решении задания.

4.2. Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)

Баллы	Характеристика индивидуального домашнего задания
4	Уровень расчетно-графической работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины освоено полностью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены без замечаний.
3	Уровень расчетно-графической работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины освоено полностью, при этом некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, но все предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены, некоторые из них содержат негрубые ошибки.
2	Уровень расчетно-графической работы не отвечает большинству требований, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, отдельные предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены с грубыми ошибками.
0	Уровень выполнения ИДЗ показывает, что теоретическое содержание раздела дисциплины не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные задания ИДЗ содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения заданий ИДЗ.

Требования, предъявляемые к выполнению ИДЗ:

- ИДЗ должно базироваться на знаниях теоретических и методических вопросах дисциплины «Теория вероятности и математическая статистика». Работа должна содержать элементы творчества, новизны, направленные на эффективное решение заданий ИДЗ;
- ИДЗ должно отразить глубину теоретической подготовки студента, понимание контролируемого учебного материала по дисциплине: умение связывать теоретические положения с их практическим применением, способность самостоятельно формировать и обосновывать собственные выводы, логически и грамотно излагать свои мысли;
- в ИДЗ не допускается переписывание учебников, учебных пособий и других источников;
- Студент – автор ИДЗ полностью отвечает за предложенные решения заданий и правильность всех данных, приведенных в ИДЗ;
- ИДЗ должно быть сдано в назначенный руководителем срок.

4.3. Критерии оценивания ответа студента на зачете

Баллы	Знания, умения, навыки и другие компетенции, которые должен продемонстрировать студент*
15	студент владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы билета, подчеркивает при этом существенное;
10	умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи;
5	хорошо знаком с основной литературой и методами исследования; владеет знаниями основных принципов и компетенций; самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценные ответы на вопросы билета;
5	умеет решать легкие и средней тяжести задачи; термины употреблены правильно, ответы проиллюстрированы примерами в должной мере;
5	четко формирует ответы, свободно решает задачи повышенной сложности; в ответе использует научную терминологию;
40	Мах количество баллов

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

5.1. Типовая контрольная работа

Задача №1

Из коробки, в которой 15 синих и 5 красных стержней для авторучки, наудачу вынимают стержень, фиксируют его цвет и возвращают обратно в коробку. После этого наудачу одновременно извлекают два стержня. Найти вероятность того, что за оба раза извлекли два красных стержня.

Задача №2

По статистическим данным, в 20 % случаев коммерческому банку удается привлечь имеющихся у населения сбережения. Найти вероятность того, что среди населения данного округа численностью 1500 человек доля граждан, желающих вложить свои сбережения в коммерческий банк, отклонится от указанной вероятности не более чем на 0,03 (по абсолютной величине).

Задача №3

В коробке из 10 деталей -6 окрашенных. Составить закон распределения случайной величины X – числа окрашенных деталей среди трех извлеченных, если после регистрации наличия (или отсутствия) окрашенности очередной извлеченной детали последняя возвращается назад в коробку. Найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения этой случайной величины.

Решение

Задача №1

Из коробки, в которой 15 синих и 5 красных стержней для авторучки, наудачу вынимают стержень, фиксируют его цвет и возвращают обратно в коробку. После этого наудачу одновременно извлекают два стержня. Найти вероятность того, что за оба раза извлекли два красных стержня.

Решение:

Обозначим возможные события: A_1 - вынимают красный стержень при первом изъятии, событие B_1 - вынимают синий стержень при первом изъятии; событие A_2A_2 - вынимают два красных стержня при втором изъятии, событие $A_2B_2 + B_2A_2$ - вынимают один красный стержень при втором изъятии, событие B_2B_2 вынимают два красных стержня при втором изъятии, событие C – за оба раза извлекли два красных стержня.

Имеем: $C = A_1 \cdot (A_2B_2 + B_2A_2) + B_1 \cdot A_2A_2$, вычислим вероятность этого события:

$$p(C) = p(A_1) \cdot (p(A_2) \cdot p(B_2 / A_2) + p(B_2) \cdot p(A_2 / B_2)) + p(B_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_2 / A_2) = 5/20 \cdot (15/20 \cdot 5/19 + 5/20 \cdot 15/19) + 15/20 \cdot 5/20 \cdot 4/19 = 21/152 = 0,138$$

Задача №2

По статистическим данным, в 20 % случаев коммерческому банку удается привлечь имеющихся у населения сбережения. Найти вероятность того, что среди населения данного округа численностью 1500 человек доля граждан, желающих вложить свои сбережения в коммерческий банк, отклонится от указанной вероятности не более чем на 0,03 (по абсолютной величине).

Решение:

Вероятность события «вложить свои сбережения в коммерческий банк» $p=0,2$. По формулам интегральной теоремы Лапласа вероятность отклонения доли от вероятности этого события составит:

$$P|m/n - p| < \varepsilon = \Phi(\varepsilon \sqrt{n/pq}) \text{ где } \Phi(\varepsilon \sqrt{n/pq}) - \text{ функция Лапласа, имеем}$$

$$P|m/n - 0,2| < 0,03 = \Phi(0,03 \sqrt{1500/(0,2 \cdot 0,8)}) = \Phi(2,9048) = 0,9963.$$

Задача №3

В коробке из 10 деталей -6 окрашенных. Составить закон распределения случайной величины X – числа окрашенных деталей среди трех извлеченных, если после регистрации наличия (или отсутствия) окрашенности очередной извлеченной детали последняя возвращается назад в коробку. Найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения этой случайной величины.

Решение:

Величина X принимает значение 0, 1, 2, 3. Вероятности рассчитываем по формуле Бернулли при $n=3$, $P=0,6$:

$$P(X = n) = P_{nm} = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}, p = 6/10 = 0,6.$$

$$P(X = 0) = C_3^0 \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^3 = 0,064$$

$$P(X = 1) = C_3^1 \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^2 = 0,288$$

$$P(X = 2) = C_3^2 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^1 = 0,352$$

$$P(X = 3) = C_3^3 \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^0 = 0,216$$

X_i	0	1	2	3
p_i	0,064	0,288	0,432	0,216

Вычислим теперь математическое ожидание этой случайной величины

$$M(X) = \sum X_i \cdot p_i = 1 \cdot 0,288 + 2 \cdot 0,432 + 3 \cdot 0,216 = 1,8$$

$$D(X) = \sum (X_i - M(X))^2 \cdot p_i = (0 - 1,8)^2 \cdot 0,064 + (1 - 1,8)^2 \cdot 0,288 + (2 - 1,8)^2 \cdot 0,432 + (3 - 1,8)^2 \cdot 0,216 = 0,72$$

Составим функцию распределения для случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,064np_i & 0 < x \leq 1 \\ 0,352np_i & 1 < x \leq 2 \\ 0,784np_i & 2 < x \leq 3 \\ 1np_i & x > 3 \end{cases}$$

5.2. Типовое индивидуальное домашнее задание

Задача 1. В урне 26 белых шаров и 6 черных шаров. Найти вероятность, что:

А) вытащили белый шар;

Б) вытащили 2 белых шара;

Задача 2. При помещении в урну тщательно перемешанных 44 шаров (из них 11 белых, остальные черные) один шар неизвестного цвета затерялся. Из оставшихся в урне 43 шаров наудачу вынимают один шар. Какова вероятность, что вынутый шар окажется белым?

Задача 3. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,24. Найти вероятность попадания в цель двух пуль и более, если число выстрелов равно 3000.

Задача 4. Случайная величина X задана рядом распределения

x	1	2	3	4	5
P_i	1/30	2/30	3/30	A/30	1/30

А) определить константу А;

Б) найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

Решение.

Задача 1.

Используем классическое определение вероятности, где m - число исходов, благоприятствующих осуществлению события, а n - число всех возможных исходов.

А) $n = 26 + 6 = 32$ - способов вытащить один шар из имеющихся 32,

$m = 26$ - способов вытащить один белый шар, поэтому вероятность

$$P = \frac{26}{32} = \frac{13}{16} = 0,8125.$$

Б) $n = C_{32}^2 = \frac{32!}{2!30!} = \frac{31 \cdot 32}{1 \cdot 2} = 496$ - способов вытащить два шара из имеющихся 32,

$m = C_{26}^2 = \frac{26!}{2!24!} = \frac{25 \cdot 26}{1 \cdot 2} = 325$ - способов вытащить два белых шара, поэтому вероятность

$$P = \frac{325}{496} \approx 0,6552.$$

Задача 2.

Введем полную группу гипотез:

$H1$ = (Потерялся белый шар),

$H2$ = (Потерялся черный шар),

по условию эти гипотезы равновероятны, то есть $P(H1) = P(H2) = 1/2 = 0,5$.

По гипотезе $H1$ в урне останется 10 белых и 33 черных, по гипотезе $H2$ в урне останется 11 белых и 32 черных шара.

Введем событие A = (Вынутый шар - белый). Найдем условные вероятности:

$$P(A | H1) = \frac{10}{10+33} = \frac{10}{43}, \quad P(A | H2) = \frac{11}{11+32} = \frac{11}{43}.$$

Тогда вероятность события A найдем по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(A | H1)P(H1) + P(A | H2)P(H2) = \frac{10}{43} \cdot \frac{1}{2} + \frac{11}{43} \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{86} \approx 0,244.$$

Задача 3. Имеем схему Бернулли (схему независимых испытаний) с параметрами $n = 3000$, $p = 0,24$, $q = 1 - p = 0,76$. Так как $n = 3000$ достаточно велико, будем использовать приближенную формулу: интегральную теорему Лапласа:

$$P_n(k_1, k_2) \approx \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right), \quad \text{где } k_1 = 2, \quad k_2 = 3000, \quad \Phi - \text{функция Лапласа (значения}$$

берутся из таблиц).

Подставляем:

$$P_{3000}(2, 3000) \approx \Phi\left(\frac{3000 - 3000 \cdot 0,24}{\sqrt{3000 \cdot 0,24 \cdot 0,76}}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 3000 \cdot 0,24}{\sqrt{3000 \cdot 0,24 \cdot 0,76}}\right) = \Phi(97,5) - \Phi(-30) = \\ = \Phi(97,5) + \Phi(30) = 0,5 + 0,5 = 1.$$

Задача 4. Найдем константу А из условия, что сумма всех вероятностей должна равняться единице:

$1/30 + 2/30 + 3/30 + A/30 + 1/30 = (7 + A)/30 = 1$, откуда $A = 23$ и получаем закон распределения X

x	1	2	3	4	5
P_i	1/30	2/30	3/30	23/30	1/30

Найдем математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

$$MX = \sum x_i p_i = 1 \cdot 1/30 + 2 \cdot 2/30 + 3 \cdot 3/30 + 4 \cdot 23/30 + 5 \cdot 1/30 = 111/30 = 37/10 = 3,7$$

$$DX = \sum x_i^2 p_i - (MX)^2 = 1 \cdot 1/30 + 4 \cdot 2/30 + 9 \cdot 3/30 + 16 \cdot 23/30 + 25 \cdot 1/30 - 3,7^2 = 429/30 - 3,7^2 = 0,61.$$

5.4. Вопросы к зачету

1. Понятие множества. Элементы множества. Пустое множество. Подмножества.
2. Числовые множества. Связь между числовыми множествами.
3. Основные способы задания множеств. Универсальное множество.
4. Операции над множествами. Основные свойства операций.
5. Комбинаторика, задачи комбинаторики. Правило суммы и произведения.
6. Основные комбинаторные формулы для соединений. Применение комбинаторики при вычислении вероятностей.
7. Понятие стохастического опыта и случайного события. Классификация событий. Полная группа событий. Изображение событий. Операции над событиями.
8. Классическое определение вероятности случайного события. Свойства вероятности.
9. Относительная частота случайного события и ее свойства. Статистическая вероятность.
10. Геометрические вероятности. Примеры.
11. Теорема сложения вероятностей несовместных событий, ее следствия.
12. Независимые события. Теорема умножения вероятностей независимых событий, ее следствия.
13. Зависимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей зависимых событий.
14. Теорема сложения вероятностей совместных событий и ее следствия.
15. Формула полной вероятности. Вероятности гипотез. Формулы Байеса.
16. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли и формула Бернулли. Формула Пуассона.
17. Простейший поток событий. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
18. Понятие случайной величины. Виды случайных величин. Дискретные случайные величины (ДСВ). Закон распределения ДСВ.
19. Биноминальное и пуассоновское распределения вероятностей ДСВ.
20. Операции над ДСВ. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание ДСВ, его вероятностный смысл и его свойства.
21. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение ДСВ и их свойства. Связь числовых характеристик среднего арифметического взаимно-независимых и одинаково распределенных ДСВ с числовыми характеристиками каждой из них.
22. Нормированное и нормальное распределения вероятностей НСВ.
23. Вероятность попадания нормальной НСВ в заданный интервал. Вычисление вероятности заданного отклонения нормальной случайной величины.
24. Правило трех сигм.
25. Математическая статистика, её предмет, методы и задачи.
26. Основные категории статистики. Статистическое наблюдение, его организация и этапы. Группировка. Виды группировок.
27. Формы, виды и способы статистического наблюдения.
28. Статистические таблицы и правила их построения. Измерения и шкалы.
29. Генеральная и выборочная совокупности. Виды выборок. Способы отбора.
30. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки. Основные характеристики вариационного ряда.
31. Способы записи значений исследуемого признака. Их основные характеристики. Графические изображения распределения случайной величины.
32. Выборочная функция распределения. Связь эмпирической и теоретической функций распределения.
33. Статистические величины и их показатели. Абсолютные и относительные величины. Индексы.
34. Генеральная и выборочная средние. Оценка генеральной средней по выборочной средней.
35. Генеральная и выборочная дисперсии и средние квадратические отклонения (с.к.о.).
36. Оценка генеральной дисперсии. Оценка генерального с.к.о.
37. Основные и дополнительные характеристики вариационного ряда.

38. Интервальные оценки параметров распределения, их точность и надежность. Доверительные интервалы.
39. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенного признака X при известном и неизвестном с.к.о. (X).
40. Доверительные интервалы для оценки с.к.о. нормального распределения. Использование доверительных интервалов при оценке истинного значения измеряемой величины и при оценке точности измерений.